

LA RESOLUTION DE PROBLEMES.

M. BREGEON (éditions Nathan)

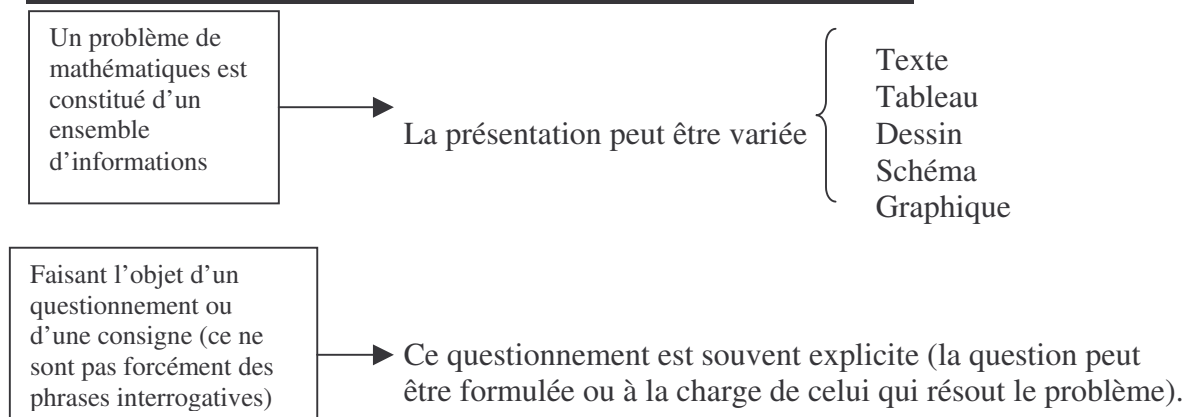
ANIMATION MATHEMATIQUES DU 26 MARS 2005 (Théâtre G. Brassens à Villemomble). Compte rendu effectué par M. Lamy d'après ses notes personnelles.

I POUR COMMENCER : QUELQUES PROPOS D'ELEVES

A ton avis qu'est ce qu'un problème ?

« Un peu dur... c'est une fiche... » *et même* « le problème c'est un problème » (angoisse comme la dictée...)

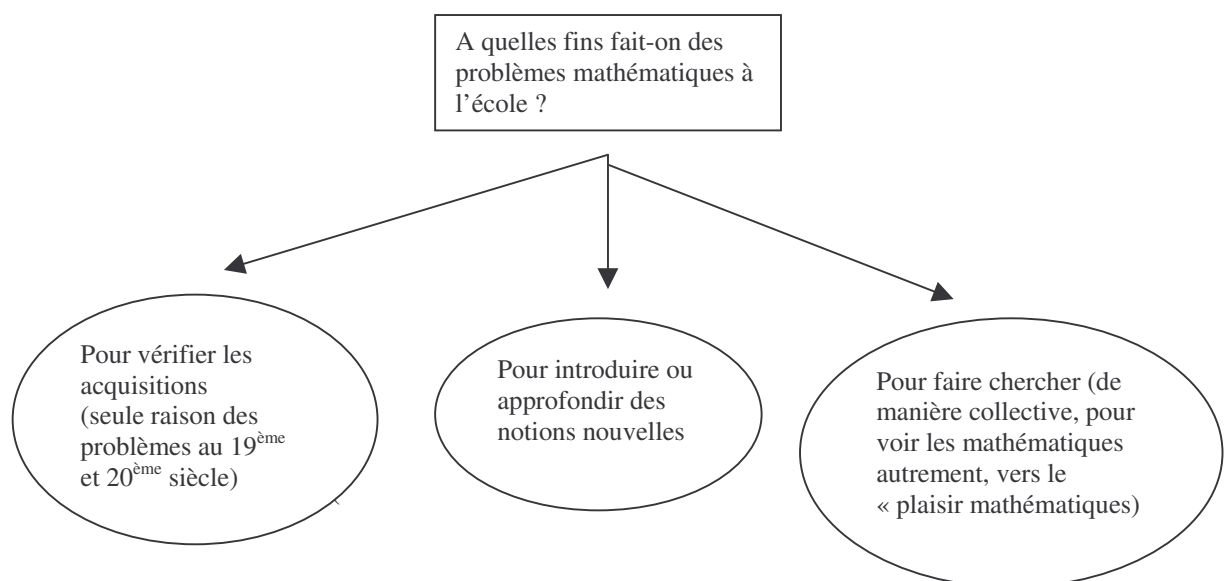
II QU'EST CE QU'UN PROBLEME DE MATHEMATIQUES ?

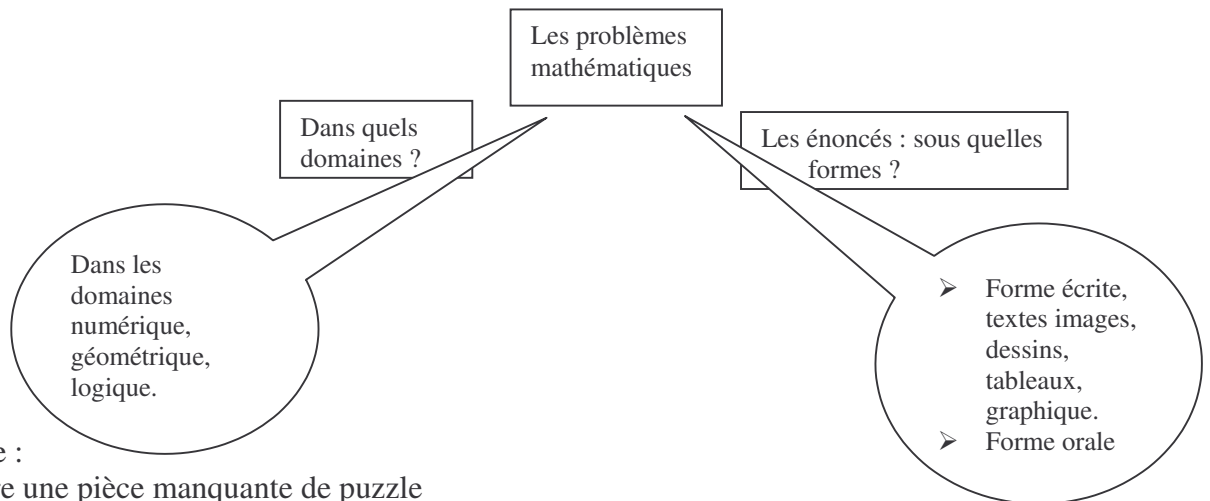


Le problème est un exercice scolaire, ce type de texte n'existe qu'en mathématiques. C'est un peu comme si on demandait de réaliser une recette à partir de la liste des ingrédients et de la photo du plat terminé... ! Il faut *construire* le chemin.

La réponse n'est pas immédiatement dans l'énoncé, il faut se poser des questions : cela nécessite d'avoir à la fois des outils mathématiques (les nombres) et des outils logiques (le raisonnement).

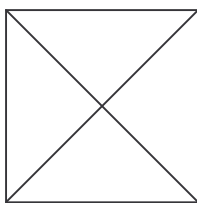
III QUAND FAIT-ON DES PROBLEMES A L'ECOLE ?



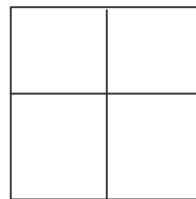


Exemple :

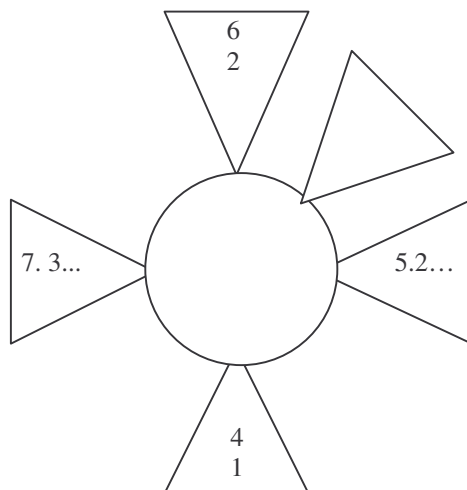
1. Faire une pièce manquante de puzzle
2. tracer un cercle qui passe par les 4 sommets d'un carré de 4 cm de côté : hypothèses des élèves, résolution personnelle



ou



3. rallye math comprenant des problèmes de logiques (voir site de M. Brégeon)
4. Le moulin mathématique : Obtenir la même somme sur chacune des ailes en ajoutant un nombre de 1 à 9 différent sur chacune des ailes etc



IV QU'EST-CE QUE COMPRENDRE UN PROBLEME?

A partir des caractéristiques du texte

- vocabulaire : mots inhabituels, terme générique (par exemple : chaque, chacun...)
- formes syntaxiques et lexicales : conditionnel, inversion du sujet, forme passive, type interrogatif
- structures grammaticales complexes : par exemple les informations données dans la consigne (sachant que...)

- progression de l'information : les organisateurs logique et temporel (par exemple en, y, donc, parce que)
- forme générale de l'énoncé (simplifier les énoncés et ne pas craindre les redondances : Nicolas....Nicolas). L'objectif ici est que les élèves résolvent des problèmes de ma-thé-ma-ti-ques.¹

A partir des connaissances du lecteur

- quant à la nature des informations (présence de savoirs implicites indisponibles par le lecteur²)
- quant au type de texte et aux règles d'écriture de ce texte
- quant à la représentation sémantiques globale d'un problème

Un ballon d'eau chaude de 200 litres ne contient plus après le bain de 3 enfants que 72,5 litres. Faire un dessin.
Réponse de l'élève :



Combien faut-il d'eau pour le remplir à nouveau ?
(la question n'a pas été prise en compte par l'élève).³

V COMBATTRE LES IDEES RECUES

Les énoncés de problèmes ne sont pas des textes ordinaires

La difficulté d'un énoncé n'est pas en rapport direct avec sa longueur. Il ne faut pas confondre la lecture d'un énoncé et la lecture d'une histoire

Les problèmes arithmétiques ne se hiérarchisent pas selon l'opération à effectuer (+ - / proportionnalité)

L'aspect technique opératoire peut être mis de côté (utiliser éventuellement la calculatrice)

Procurer aux élèves le plaisir de résoudre des problèmes doit être aussi fort que le plaisir de lire.

Ce ne sont pas des textes ordinaires.

Comme l'écrit M. Fayolle : « il est clair que la lecture des énoncés des problèmes oblige à avoir un type de lecture extrêmement précis, ce qui n'est pas toujours vrai des autres textes. Elle nécessite dans certaines conditions de recourir à des inférences systématiques et souvent difficiles (JDI N°5 janvier 2004).

VI DES REGLES D'ACTION EN CLASSE

- La lecture de l'énoncé :
 - faire lire l'énoncé silencieusement puis à haute voix
 - faire rechercher les mots et expressions incompris de manière individuelle ou collective
- Constituer par cycle une « boîte à mots mathématiques » aussi complète que possible, constituée de mots ou locutions essentiels pour la compréhension et la réussite des activités mathématiques des élèves.

¹ Au lieu de dire « Jacques a reçu 15€ de son père. Combien avait-il d'argent auparavant sachant que maintenant il a 37€ » DIRE « Jacques a fait des économies. Il reçoit 15€ de son père. Il a maintenant 37€. Combien avait-il d'argent au début ?

² On a proposé aux élèves lors d'évaluations de CE2 un dessin d'une tour Eiffel (de 3 cm) et on a posé à la suite la question : La tour Eiffel mesure 300 [...] de haut. Un élève a répondu « La tour Eiffel mesure 300 [timètres] de haut.

³ Faire des schémas ça s'apprend. ce n'est pas contradictoire avec l'affirmation courante « il vaut mieux arriver à s'en passer ». C'est seulement quand les enfants « voient » l'opération à faire qu'ils peuvent se passer de schémas.

Ces mots utilisés couramment en mathématiques sont de plusieurs sortes :

- des noms (le « produit »),
- des verbes d'action employés dans les consignes « encadrer un nombre » ce n'est pas nombre).
- Des mots ayant une signification mathématique précise parfois différente du langage courant : le milieu d'un segment (différent du milieu en géographie)
Des droites qui se coupent...
- Des locutions
4 rangées **de** 12 salades (chaque rangée a 12 salades)
.....**chacune**
12 salades **par** rangée
des gâteaux coûtant 2€ **l'un, pièce, l'unité...**

- Rassembler les mots et les locutions

Plus que.... moins que : dans des problèmes additifs

Double, triple « **fois plus** », « **fois moins** » dans des problèmes multiplicatifs.

Les termes **altitude, taille, hauteur, longueur** ne sont pas identiques.

- Varier les types de présentation des énoncés. La consigne n'est pas toujours sous forme interrogative, elle peut être au début.
- Le document d'accompagnement des programmes « lire écrire au cycle 3 » consacre 3 pages aux difficultés dans la lecture des énoncés de problèmes en mathématiques p 15 à 17) repris ci-dessous en annexe.

- Faire reformuler l'énoncé sous des formes de plus en plus abstraites :

dessins → schémas → écriture mathématique

- Poser des problèmes oraux (pour varier) du type :

« je pense à un nombre,
je le multiplie par 3,
j'ajoute 10 au résultat
j'obtiens 100 »

(proposer des problèmes plus simples qu'à l'écrit bien sûr...)

- A partir d'une même histoire on peut écrire des énoncés différents. (Attention s'il y a trop ou pas assez « d'énoncé » cela ne marchera qu'avec les élèves qui savent déjà résoudre le problème!)

Une piste de 400 mètres

2 tours de piste par minute

il roule 56 minutes toujours à la même vitesse } *On peut faire porter le problème sur l'un ou*
il a parcouru 44km 800 } *ou sur l'autre*

Il faut se poser des questions intermédiaires

- combien de tours par minute
- combien de tours de piste en tout.
- Quelle distance a-t-il parcouru ? (44800m)

Un problème est forcément lacunaire

Combien de temps a-t-il roulé (on retire 56')

On donne l'histoire complète puis on retire un des éléments pour en faire un problème à résoudre...

Le sens des opérations prime.

Favoriser la démarche personnelle.

Il ne faut pas « brider » l'expression et favoriser au contraire la production de démarches personnelles variées.

Bibliographie

L'IEN recommande vivement la lecture du document d'accompagnement des programmes « Mathématiques » Ecole primaire globalement très intéressant. En lien avec cette animation on lira particulièrement les chapitres :

- « Les problèmes pour chercher
- Résolution de problèmes et apprentissages
- Articulation école-collège »

ANNEXE :

document d'accompagnement des programmes « lire écrire au cycle 3 »

(pour retrouver le document original cf p 15 à 17 : ci-dessous l'IEN a mis certaines expressions en gras).

Difficultés dans la lecture des énoncés de problèmes en mathématiques

La résolution de problèmes a une place privilégiée dans l'apprentissage des mathématiques à l'école (voir programmes et documents d'application). Si tous les problèmes ne sont pas présentés sous la forme d'un texte, il est cependant important pour les élèves d'apprendre à lire les énoncés avec leurs spécificités.

La compréhension de ces textes particuliers est une première étape nécessaire à la construction d'une représentation mentale de la situation mathématique.

C'est cette représentation qui permet la réalisation des calculs ou la mobilisation des

procédures exigées par la résolution. Nombre des erreurs de résolution sont en fait liées :

- à des **représentations sémantiques erronées**, parfois induites par la polysémie de termes dont les élèves ne retiennent pas le sens particulier en mathématiques ; c'est la compréhension des données qui fait alors difficulté (le « sommet » d'un triangle en géométrie n'est pas nécessairement « en haut », or « sommet » évoque le « haut ») ;
- à des **difficultés à opérer les inférences indispensables** ; c'est l'interprétation des données qui fait difficulté.

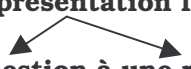
Les énoncés des problèmes arithmétiques sont nécessairement lacunaires puisque le choix de l'opération – véritable enjeu de la résolution – est lié à l'identification des relations entre les données et que ces relations ne sont pas totalement explicitées par le texte.

Il est particulièrement important que, tout au long du cycle 3, les élèves soient **confrontés aux énoncés sans la médiation d'une première lecture par le maître** (sauf pour les enfants dyslexiques), qu'ils apprennent

- à **naviguer entre données et questions**,
- à **passer du texte à d'autres formes** de (re)présentations des données (tableau, schéma, graphique, etc.),
- à **interroger leurs acquis** pour ajuster des réponses,
- à **mobiliser leurs connaissances** du monde pour se représenter les situations et pour valider la plausibilité de leurs réponses, etc.

Cette médiation par le maître s'élimine peu à peu, à des moments différents selon les élèves qui peuvent être aidés individuellement ou par petits groupes.

Facteurs de difficulté	Eléments à considérer	Indications de travail
Place de la question	Fin ou début : des recherches mettent en évidence que l'indication de la question dès le début du texte est facilitatrice .	On peut inciter les élèves à une double lecture quand la question est en position terminale : lire le texte en entier, reformuler ce que l'on cherche et relire les données sous cet éclairage.
Ordre des données	– Ordre correspondant à celui du traitement ou non . – Ordre syntactique cohérent ou non avec l'ordre logique .	On évitera les stéréotypes et on proposera des énoncés dans lesquels l'ordre de présentation des données est varié.
Complexité du texte	– Phrases complexes , en particulier phrases avec des relatives (surtout avec dont). Exemple: « Pierre et Marc vont régulièrement à la piscine. À la fin du trimestre, Pierre, qui est allé 13 fois à la piscine, a payé 10 euros de moins que Marc qui y est allé 5 fois de plus. Quel est le prix d'une entrée à la piscine? Quelle somme chaque enfant a-t-il dépensée? » – Présence de formules inusuelles (sachant que...). – Présence de mots inducteurs « contreintuitifs » . Exemple : « Florian qui a 5 ans de "plus" que son frère est âgé de 16 ans. Quel âge a son frère ? »	Pour les énoncés très complexes, on gagne, pour des élèves en difficulté, à faire effectuer des reformulations du texte : – réécriture (produire un autre texte plus explicite); – reprise des données sous d'autres formes : tableau, représentation graphique, etc.
Caractère plus ou moins complet des données	Données indispensables ou présence de données parasites (inutiles par rapport aux questions posées et exigeant un tri). Exemple : « 24 voitures de formule 1 viennent de prendre le départ d'un grand prix. Elles doivent effectuer 48 tours d'un circuit de 4 km 500. Le tour le plus rapide a été effectué à la vitesse moyenne de 190 km/h. Quelle est la longueur totale de l'épreuve ? Pour le vainqueur, quelle sera la durée approximative de la course? »	– Afin d'attirer l'attention sur ce traitement, on peut demander de repérer les données inutiles dans le texte, les isoler, voire les supprimer, pour répondre aux questions posées, éventuellement de trouver des questions qui mobiliseraient les données inutilisées. – <u>Les élèves ont tendance à construire un « modèle » de résolution dans lequel ils doivent utiliser tous les nombres donnés dans le texte</u> ; il est bon qu'ils prennent conscience du caractère erroné de cette « fausse règle ».
Caractère plus ou moins familier de la situation	Nature des connaissances préalables « sur le monde » sollicitées (qu'il s'agisse des acquisitions scolaires ou de celles qui ont été rendues possibles par les expériences vécues).	– Il leur faut apprendre à utiliser leurs connaissances préalables pour valider leur réponse et en vérifier la pertinence, et, en même temps, apprendre à la dépasser. Exemple : pertinence pragmatique (on n'utilise pas 12,5 bus pour transporter les élèves, mais 13). – Les connaissances préalables des enfants peuvent être très variables selon les expériences vécues. Il convient de s'assurer que, face à un texte, chaque élève dispose de

		référents lui permettant d'élucider les données, de contrôler sa réponse.
Vocabulaire univoque ou non	<ul style="list-style-type: none"> – Le lexique peut être spécifique aux mathématiques (perpendiculaire, parallèle, etc.) ou non (sommet, multiple, etc.); dans ce cas, il peut naître des ambiguïtés qui constituent parfois des obstacles pour la résolution du problème précis posé. – Des formules utilisées en mathématiques peuvent aussi, malgré leur simplicité apparente, poser des problèmes de compréhension (« Des livres coûtant 12 euros pièce » : le mot « pièce » peut faire obstacle). 	<ul style="list-style-type: none"> – Les acquisitions lexicales doivent accompagner le travail notionnel en mathématiques comme dans les autres domaines. L'élaboration d'un répertoire ou d'outils de référence auxquels les élèves peuvent se référer dans les activités est d'une grande utilité. – Ce travail sur la polysémie de certains mots – et la discrimination de leur sens spécialisé – peut se réaliser dans des séances spécifiques d'étude de la langue.
Informations données sous plusieurs formes	<ul style="list-style-type: none"> – Texte et graphiques, cartes, photos, schémas, etc. – Situation qui exige de relier des informations de manière explicite ou sans que cela soit explicitement demandé. 	En mathématiques comme dans d'autres domaines (sciences, géographie, etc.), on entraînera les élèves à utiliser divers supports et à mettre en relation les informations (à voir leur caractère redondant ou complémentaire).
Problèmes à une ou plusieurs étapes de résolution	Étapes de résolution suggérées ou non par les questions.	On passera progressivement de textes dans lesquels les étapes sont suggérées à des textes qui présentent uniquement la question finale. On peut aussi faire de cette variable un élément de la différenciation en donnant aux uns et aux autres des textes plus ou moins « guidant » selon les difficultés qu'ils rencontrent.
Problème fermé ou problème ouvert	<ul style="list-style-type: none"> – Pas de réponse canonique possible. – Plusieurs solutions possibles. Exemple : « Chez la fleuriste, Paul demande un bouquet composé de roses et d'iris. Les roses valent 2 euros pièce et les iris 1 euro. Le bouquet terminé, la fleuriste dit à Paul: "Ça fait 18 euros." De combien de roses et d'iris la fleuriste a-t-elle pu composer le bouquet ? » 	<p>Il convient de diversifier les textes de telle façon que les élèves ne construisent pas une représentation figée associant</p>  <p>une question à une réponse.</p>
Référence notionnelle	<p>Notions à mobiliser</p> <ul style="list-style-type: none"> – certains mots (fois, partage, reste, différence, total, etc.) induisent la mobilisation d'une notion, d'une procédure, d'un algorithme, pas toujours à bon escient ; – parfois, c'est simplement la proximité temporelle qui 	<ul style="list-style-type: none"> - Il convient d'éviter tout conditionnement même si des répétitions sont nécessaires pour exercer et fixer des savoir-faire – Quand les problèmes proposés sont « décrochés » par rapport au moment de l'apprentissage des acquis qu'ils sollicitent, la difficulté

	fonctionne (on apprend la multiplication, donc on résoudra le problème avec une multiplication ; il reste à bien choisir les nombres s'il y en a plusieurs).	est plus grande ; ce sont alors vraiment la compréhension de la situation et la capacité à mobiliser ses acquis qui jouent.
--	---	---